ISSN 1392–1541 print
ISSN 1648–3502 online

Geodezija ir kartografija, 2007, XXXIII t., Nr. 3
Geodesy and Cartography, 2007, Vol XXXIII, No 3

UDK 528.14

GPS VIRTUALIOSIOS REFERENCINĖS STOTIES REGRESINIS MODELIS, TAIKANT KOLOKACINIUS SIGNALINIUS PARAMETRUS

Jonas Skeivalas[1], Robertas Dargis[2]

[1]*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva*
[2]*UAB „Eika“, A. Goštauto g. 40 A, LT-01112 Vilnius, Lietuva*
El. paštas: [1]Jonas.Skeivalas@ap.vtu.lt, [2]robertas@eika.lt

Įteikta 2007 05 28, priimta 2007 06 29

Santrauka. Straipsnyje pateikiamas GPS metodu nustatytų taškų koordinačių, nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisų skaičiavimo principas, sudarant GPS virtualiųjų stočių regresinius modelius pagal kolokacinius signalinius parametrus. Kolokaciniai signaliniai parametrai nėra susiję funkcinėmis ir tikimybinėmis priklausomybėmis su pagrindiniais regresinių lygčių parametrais, tačiau egzistuoja tikimybinė priklausomybė tarp papildomų ir signalinių parametrų. Regresinių lygčių parametrų reikšmės apskaičiuojamos mažiausiųjų kvadratų metodu pagal žinomas tikslias referencinių stočių koordinates bei išmatuotas atitinkamų GPS dydžių reikšmes. GPS vartotojo imtuvu išmatuotų dydžių pataisos skaičiuojamos pagal sudarytus regresinius prognozinius modelius taikant apskaičiuotas parametrų reikšmes. Prognozinių modelių tikslumas įvertinamas kovariacijų matricomis.

Reikšminiai žodžiai: GPS referencinės stotys, regresija, prognozė, kovariacija.

1. Įvadas

GPS vartotojo imtuvu išmatuotų dydžių pataisoms skaičiuoti straipsnyje pateikiamas regresinis prognozinis modelis. Modeliui sudaryti panaudojami kolokaciniai signaliniai parametrai, nesisiejantys su pagrindiniais parametrais funkcinėmis priklausomybėmis, tačiau susiję su papildomais regresinių lygčių parametrais tikimybiniais ryšiais. Regresinių lygčių parametrų reikšmės, taikant papildomų ir signalinių parametrų koreliaciją, nustatomos mažiausiųjų kvadratų metodu, panaudojant žinomas GPS referencinių stočių koordinačių, nešlio fazių ir pseudoatstumų pataisas [1–5]. Analizuojamas prognozinio modelio atitinkamų parametrų tikslumas.

2. Kolokacinių signalinių parametrų teorinis principas

GPS virtualiosios referencinės stotys kuriamos siekiant sudaryti patikimą GPS vartotojo imtuvu išmatuotų dydžių (nešlio fazių skirtumų, pseudoatstumų, taškų koordinačių) pataisų nustatymo prognozinį modelį. GPS virtualiosios stoties prognozinio modelio parametrų reikšmės nustatomos pagal žinomas tam tikrame GPS referencinių stočių tinkle atitinkamų išmatuotų dydžių pataisų reikšmes fiksuotais laiko momentais [1]. Kiekvienos GPS referencinės stoties išmatuotų dydžių pataisos skaičiuojamos pagal turimas tikslias (keleto milimetrų klaidos) šių stočių koordinates.

GPS vartotojas tikslias savo taško koordinates apskaičiuoja pagal trumpalaikiais matavimais gautas atitinkamų dydžių reikšmes, t. y.: koordinates, nešlio fazių skirtumus ir pseudoatstumus – bei panaudodamas GPS referencinių stočių transliuojamas GPS virtualiosios stoties modelio pavidalu šių dydžių pataisas.

GPS virtualiosios stoties regresinį modelį, taikydami kolokacinius signalinius parametrus, parašysime tiesinių parametrinių lygčių sistemos pavidalu:

$$\left.\begin{aligned} \delta\tilde{\boldsymbol{F}} &= \boldsymbol{A_u}\boldsymbol{\tau_u} + \boldsymbol{A_e}\boldsymbol{\tau_e} \\ \delta\tilde{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{e}} &= \boldsymbol{\tau_e} \\ \delta\tilde{\boldsymbol{N}} &= \boldsymbol{\tau_N} \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

čia $\delta\tilde{\boldsymbol{F}} \to \delta\tilde{\boldsymbol{T}}, \delta\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(\boldsymbol{t}), \delta\tilde{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{t})$ – atitinkamai referencinių stočių išlygintųjų koordinačių pataisų, nešlio fazių skirtumų pataisų arba pseudoatstumų pataisų vektoriai; $\boldsymbol{A_u}$ – parametrinių lygčių pagrindinių parametrų koeficientų matrica, $\boldsymbol{A_e}$ – parametrinių lygčių papildomų parametrų koeficientų matrica; $\delta\tilde{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{e}} = \tilde{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{e}} - \boldsymbol{H_e}$ – referncinių stočių elipsoidinių aukščių pataisų vektorius, $\tilde{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{e}}, \boldsymbol{H_e}$ – atitinkamai išlygintų ir išmatuotų elipsoidinių aukščių vektoriai; $\delta\tilde{\boldsymbol{N}} = \tilde{\boldsymbol{N}} - \boldsymbol{N}\boldsymbol{E}_1$ – elektromagnetinių virpesių lūžio indekso pataisų vektorius; $\tilde{\boldsymbol{N}}$ – referencinių stočių virpesių lūžio indeksų vektorius; $\boldsymbol{N}$ – vartotojo imtuvo virpesių lūžio indeksas; $\boldsymbol{E}_1$ – vienetinis vektorius; $\tau = \left(\boldsymbol{\tau_u^T}, \boldsymbol{\tau_e^T}, \boldsymbol{\tau_N^T}\right)^{\boldsymbol{T}}$ – determinuotųjų parametrų vektorius. Bendras parametrų skaičius yra $k = k_u + k_e + k_N$ ir sudarytas iš pagrindinių, papildomų bei signalinių parametrų skaičiaus.

Virpesių lūžio indekso N pokytis susijęs su taško aukščio H pokyčiu tikimybine priklausomybe [5]:

$$\frac{\partial N}{\partial H} = 2\left(-0{,}98\frac{\partial T}{\partial H} - 0{,}034\right) \qquad (2)$$

arba atsitiktinių dydžių mažų pokyčių δN ir δH srityje –

$$\delta N = -(1{,}96\delta T_H + 0{,}068)\delta H, \qquad (3)$$

čia $\delta T_H = \partial T / \partial H$ – vertikalusis temperatūros gradientas, $M(\delta N) = 0$, $M(\delta H) = 0$, M – vidurkio simbolis. Lietuvos teritorijoje δT_H vidutiniškai lygus $\delta T_H \approx -0{,}1$.

Radijo bangų trajektorijos kreivumo spindulys $\rho_{\boldsymbol{r}}$ dėl atmosferos refrakcijos yra vidutiniškai 2 kartus mažesnis nei šviesos bangų $\rho_{\text{šv.}}$, t. y. $\rho_{\boldsymbol{r}} = \frac{1}{2}\rho_{\text{šv.}}$

Atsitiktinių dydžių δN ir δH kovariacija $K_{\delta N,\delta H}$ yra lygi

$$\begin{aligned} &K_{\delta N,\delta H} = M(\delta N \cdot \delta H) = \\ &M\left\{-(1{,}96\delta T + 0{,}068)(\delta H)^2\right\} = \\ &-(1{,}96\delta T + 0{,}068)\sigma^2_{\delta H} \approx 0{,}128\sigma^2_{\delta H}\ . \end{aligned}$$

Pagal sistemą (1) rašome parametrinių pataisų lygčių sistemą:

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{V_u} = \boldsymbol{A_u}\tau_{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{A_e}\tau_{\boldsymbol{e}} - \delta\boldsymbol{F} \\ &\boldsymbol{V_e} = \tau_{\boldsymbol{e}} - \delta\boldsymbol{H_e} \\ &\boldsymbol{V_N} = \tau_{\boldsymbol{N}} - \delta\boldsymbol{N} \end{aligned}\right\}, \qquad (4)$$

čia $\delta\boldsymbol{F} \to \delta\boldsymbol{T}, \delta\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{t}), \delta\boldsymbol{R}(\boldsymbol{t})$ – atitinkamų referencinėse stotyse išmatuotų dydžių pataisų vektorius, $\delta\boldsymbol{H_e}$ – referencinėse stotyse išmatuotų elipsoidinių aukščių pataisų vektorius, $\delta\boldsymbol{N}$ – virpesių lūžio indekso pokyčių tarp referencinių stočių ir GPS vartotojo imtuvo vektorius, $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n_u} + \boldsymbol{n_e} + \boldsymbol{n_N}$ – bendras pataisų lygčių skaičius.

Sistema (6) blokinių matricų pavidalu:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{A}\tau - \delta\boldsymbol{F}_0 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A_u} & \boldsymbol{A_e} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{E} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{E} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tau_{\boldsymbol{u}} \\ \tau_{\boldsymbol{e}} \\ \tau_{\boldsymbol{N}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta\boldsymbol{F} \\ \delta\boldsymbol{H_e} \\ \delta\boldsymbol{N} \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

čia $\boldsymbol{V} = \left(\boldsymbol{V_u^T V_e^T V_N^T}\right)^{\boldsymbol{T}}$, $\delta\boldsymbol{F}_0 = \left(\delta\boldsymbol{F^T}\delta\boldsymbol{H_e^T}\delta\boldsymbol{N^T}\right)^{\boldsymbol{T}}$.

Pataisų lygčių koeficientų matricai $\boldsymbol{A_u}$ sudaryti taikomos redukuotosios apytikrės referencinių stočių koordinatės. Matricai $\boldsymbol{A_e}$ sudaryti taikomi redukuotieji referencinių stočių elipsoidiniai aukščiai.

Pataisų lygčių sistema (5) sprendžiama mažiausiųjų kvadratų metodu. Gaunamas parametrų reikšmių vektorius:

$$\tau = \boldsymbol{N}^{-1}\omega = \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{A^T P}\delta\boldsymbol{F}_0, \qquad (6)$$

čia $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{A^T PA}$ – normalinių lygčių koeficientų matrica, $\omega = \boldsymbol{A^T P}\delta\boldsymbol{F}_0$, $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{Q}^{-1}_{\delta\boldsymbol{F}_0}$ – pataisų $\delta\boldsymbol{F}_{0\boldsymbol{i}}$ svorių matrica arba vektoriaus $\delta\boldsymbol{F}_0$ atvirkštinė svorinių koeficientų matrica.

3. Išmatuotų dydžių svorių matricos $\boldsymbol{P}$ formavimas

Atsitiktinių vektorių $\delta\boldsymbol{N}$ ir $\delta\boldsymbol{H}$ kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}\begin{pmatrix}\delta\boldsymbol{N} \\ \delta\boldsymbol{H}\end{pmatrix}$ blokinė išraiška:

$$\boldsymbol{K}\begin{pmatrix}\delta\boldsymbol{N} \\ \delta\boldsymbol{H}\end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{K}_{\delta N} & \boldsymbol{K}(\delta\boldsymbol{N}, \delta\boldsymbol{H}) \\ \boldsymbol{K}(\delta\boldsymbol{H}, \delta\boldsymbol{N}) & \boldsymbol{K}_{\delta H} \end{array}\right), \qquad (7)$$

arba

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{K}\begin{pmatrix}\delta\boldsymbol{N} \\ \delta\boldsymbol{H}\end{pmatrix} = \sigma_0^2\,\boldsymbol{Q}\begin{pmatrix}\delta\boldsymbol{N} \\ \delta\boldsymbol{H}\end{pmatrix} = \\ &\sigma_0^2\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{Q}_{\delta N} & \boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{N}, \delta\boldsymbol{H}) \\ \boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{H}, \delta\boldsymbol{N}) & \boldsymbol{Q}_{\delta H} \end{array}\right), \end{aligned} \qquad (8)$$

čia σ_0 – matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis, $\boldsymbol{Q}\begin{pmatrix}\delta\boldsymbol{N} \\ \delta\boldsymbol{H}\end{pmatrix}$ – svorinių koeficientų matrica, $\boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{H}, \delta\boldsymbol{N}) = \boldsymbol{Q^T}(\delta\boldsymbol{N}, \delta\boldsymbol{H})$.

Svorių matricai $\boldsymbol{P}$ skaičiuoti formulę (3) parašysime vektorine išraiška:

$$\delta\boldsymbol{N} = -\left(1{,}96\delta\boldsymbol{T_H} + 0{,}068\boldsymbol{E}_1\right)_{\text{diag}}\delta\boldsymbol{H} = \boldsymbol{S}_{\text{d}} \cdot \delta\boldsymbol{H}, \qquad (9)$$

čia $\delta\boldsymbol{N}, \delta\boldsymbol{H}, \delta\boldsymbol{T_H}$ – atitinkamų dydžių vektoriai. Diagonalioji matrica $\boldsymbol{S}_{\text{d}}$ yra lygi

$$\boldsymbol{S}_{\text{d}} = -\left(1{,}96\delta\boldsymbol{T_H} + 0{,}068\boldsymbol{E}_1\right)_{\text{diag}}. \qquad (10)$$

Pagal formulę (9) gauname svorių matricą

$$\boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{N}} = \boldsymbol{S}_{\text{d}}\boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{S}_{\text{d}}. \qquad (11)$$

Vektorių $\delta\boldsymbol{N}$ ir $\delta\boldsymbol{H}$ kovariacijų matrica

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{K}(\delta\boldsymbol{N}, \delta\boldsymbol{H}) = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{N}, \delta\boldsymbol{H}) = \boldsymbol{M}\left\{\boldsymbol{S}_{\text{d}} \cdot \delta\boldsymbol{H} \cdot \delta\boldsymbol{H^T}\right\} = \\ &\boldsymbol{S}_{\text{d}}\boldsymbol{K}_{\delta\boldsymbol{H}} = \sigma_0^2\boldsymbol{S_d}\boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{H}}, \end{aligned}$$

arba

$$\boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}) = \boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{H}} \tag{12}$$

ir

$$\boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}) = \boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{H}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}_{\mathrm{d}}. \tag{13}$$

Svorių matricą $\boldsymbol{P}$ parašysime blokiniu pavidalu:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{F}_0}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{F}}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{H}} & \boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}) \\ \boldsymbol{Q}(\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}) & \boldsymbol{Q}_{\delta\boldsymbol{H}} \end{pmatrix}^{-1}$}} \\ 0 & & \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{F}} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H}} & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}} \\ 0 & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}} & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N}} \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Normalinių lygčių koeficientų matricos $\boldsymbol{N}$ išraiška blokiniu pavidalu

$$\boldsymbol{N} = \left(\begin{array}{c|c|c} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{F}}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{u}} & \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{F}}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{e}} & 0 \\ \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{F}}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{u}} & \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{F}}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{F}} & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}} \\ \hline 0 & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}} & \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N}} \end{array}\right) =$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} \boldsymbol{N}_{11} & \boldsymbol{N}_{12} & \boldsymbol{N}_{13} \\ \boldsymbol{N}_{21} & \boldsymbol{N}_{22} & \boldsymbol{N}_{23} \\ \hline \boldsymbol{N}_{31} & \boldsymbol{N}_{32} & \boldsymbol{N}_{33} \end{array}\right) = \begin{pmatrix} \overline{\boldsymbol{N}}_{11} & \overline{\boldsymbol{N}}_{12} \\ \overline{\boldsymbol{N}}_{21} & \overline{\boldsymbol{N}}_{22} \end{pmatrix}. \tag{15}$$

4. Išlygintųjų dydžių ir parametrų tikslumo įvertinimas

Išlygintųjų parametrų vektoriaus $\boldsymbol{\tau}$ tikslumas įvertinamas jo kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tau}$:

$$\boldsymbol{K}_{\tau} = \sigma_0^2\boldsymbol{N}^{-1}. \tag{16}$$

Tolesniems skaičiavimams taikysime atvirkštinės matricos $\boldsymbol{N}^{-1}$ blokinę išraišką, remdamiesi K. R. Koch teorema [2]:

$$\boldsymbol{N}^{-1} = \left(\begin{array}{cc|c} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} & \boldsymbol{Q}_{13} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} & \boldsymbol{Q}_{23} \\ \hline \boldsymbol{Q}_{31} & \boldsymbol{Q}_{32} & \boldsymbol{Q}_{33} \end{array}\right) = \begin{pmatrix} \overline{\boldsymbol{Q}}_{11} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{12} \\ \overline{\boldsymbol{Q}}_{21} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{22} \end{pmatrix} =$$

$$\left(\begin{array}{c|c} \overline{\boldsymbol{N}}_{11}^{-1} + \overline{\boldsymbol{F}}\,\overline{\boldsymbol{H}}^{-1}\overline{\boldsymbol{F}}^{\boldsymbol{T}} & -\overline{\boldsymbol{F}}\,\overline{\boldsymbol{H}}^{-1} \\ -\overline{\boldsymbol{H}}^{-1}\overline{\boldsymbol{F}}^{\boldsymbol{T}} & \overline{\boldsymbol{H}}^{-1} \end{array}\right), \tag{17}$$

čia $\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{N}}_{11}^{-1}\overline{\boldsymbol{N}}_{12}$, $\overline{\boldsymbol{H}} = \overline{\boldsymbol{N}}_{22} - \overline{\boldsymbol{N}}_{21}\overline{\boldsymbol{N}}_{11}^{-1}\overline{\boldsymbol{N}}_{12}$.

Radijo bangų lūžio indekso $\boldsymbol{N}$ parametrų vektoriaus $\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{N}}$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{N}}}$ išplaukia iš lygybės (15–17):

$$\boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{N}}} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{\tau_{\boldsymbol{N}}} = \sigma_0^2\overline{\boldsymbol{Q}}_{22} = \sigma_0^2\overline{\boldsymbol{H}}^{-1} = \sigma_0^2\left(\overline{\boldsymbol{N}}_{22} - \overline{\boldsymbol{N}}_{21}\overline{\boldsymbol{N}}_{11}^{-1}\overline{\boldsymbol{N}}_{12}\right)^{-1}, \tag{18}$$

čia $\overline{\boldsymbol{N}}_{22} = \boldsymbol{N}_{33} = \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N}}$; $\overline{\boldsymbol{N}}_{21} = \left(0\ \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\right)$; $\overline{\boldsymbol{N}}_{12} = \boldsymbol{N}_{21}^{\boldsymbol{T}}$.

Taikysime atvirkštinės matricos $\overline{\boldsymbol{N}}_{11}$ blokinį pavidalą:

$$\overline{\boldsymbol{N}}_{11}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{N}_{11} & \boldsymbol{N}_{12} \\ \boldsymbol{N}_{21} & \boldsymbol{N}_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}'_{11} & \boldsymbol{Q}'_{12} \\ \boldsymbol{Q}'_{21} & \boldsymbol{Q}'_{22} \end{pmatrix} =$$

$$\left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{N}_{11}^{-1} + \boldsymbol{F}\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} & -\boldsymbol{F}\boldsymbol{H}^{-1} \\ -\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} & \boldsymbol{H}^{-1} \end{array}\right), \tag{19}$$

čia $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{N}_{11}^{-1}\boldsymbol{N}_{12}$, $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{N}_{22} - \boldsymbol{N}_{21}\boldsymbol{N}_{11}^{-1}\boldsymbol{N}_{12}$.

Atitinkamai pertvarkę gauname šią lygybę

$$\boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{N}}} = \boldsymbol{\sigma}_0^2\left(\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N}} - \boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\right)^{-1}. \tag{20}$$

Pagrindinių ir papildomų parametrų vektoriaus $\left(\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{T}}\right)^{\boldsymbol{T}}$ kovariacijų matricą $\boldsymbol{K}\begin{pmatrix}\tau_{\boldsymbol{u}}\\ \tau_{\boldsymbol{e}}\end{pmatrix}$ apskaičiuojame, taikydami išraiškas (17), (19), (20):

$$\boldsymbol{K}\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{u}}\\ \boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{e}}\end{pmatrix} = \sigma_0^2\begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} \end{pmatrix} = \sigma_0^2\overline{\boldsymbol{Q}}_{11} = \sigma_0^2\left(\overline{\boldsymbol{N}}_{11}^{-1} + \overline{\boldsymbol{F}}\,\overline{\boldsymbol{H}}^{-1}\overline{\boldsymbol{F}}^{\boldsymbol{T}}\right). \tag{21}$$

Pritaikę kai kurias matematines operacijas gauname galutinį pavidalą:

$$\overline{\boldsymbol{Q}}_{11} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}'_{11} & \boldsymbol{Q}'_{12} \\ \boldsymbol{Q}'_{21} & \boldsymbol{Q}'_{22} \end{pmatrix} + \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{Q}'_{12}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\overline{\boldsymbol{Q}}_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{12} & \boldsymbol{Q}'_{12}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\overline{\boldsymbol{Q}}_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{22} \\ \boldsymbol{Q}'_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\overline{\boldsymbol{Q}}_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{12} & \boldsymbol{Q}'_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\overline{\boldsymbol{Q}}_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{22} \end{array}\right). \tag{22}$$

Iš pastarosios lygybės išplaukia:

$$\boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{u}}} = \boldsymbol{\sigma}_0^2\boldsymbol{Q}_{11} = \boldsymbol{\sigma}_0^2\left(\boldsymbol{Q}'_{11} + \boldsymbol{Q}'_{12}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\overline{\boldsymbol{Q}}_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{12}\right), \tag{23}$$

$$\boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{e}}} = \boldsymbol{\sigma}_0^2\boldsymbol{Q}_{22} = \boldsymbol{\sigma}_0^2\left(\boldsymbol{Q}'_{22} + \boldsymbol{Q}'_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{H},\delta\boldsymbol{N}}\overline{\boldsymbol{Q}}_{22}\boldsymbol{P}_{\delta\boldsymbol{N},\delta\boldsymbol{H}}\boldsymbol{Q}'_{22}\right). \tag{24}$$

Standartinio nuokrypio įvertis m_0 skaičiuojamas iš formulės

$$\sigma_0^2 \approx m_0^2 = \frac{1}{n-k}\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{PV}. \quad (25)$$

Išlygintųjų pataisų vektoriaus $\delta\tilde{\boldsymbol{F}}_0 = \boldsymbol{A}\tau$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\delta\tilde{\boldsymbol{F}}_0}$ yra lygi

$$\boldsymbol{K}_{\delta\tilde{\boldsymbol{F}}_0} = \boldsymbol{AK}_\tau\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}} = \sigma_0^2\times$$
$$\left(\begin{array}{c|c|c} \boldsymbol{A_uQ}_{11}\boldsymbol{A_u^T} + \boldsymbol{A_eQ}_{21}\boldsymbol{A_u^T} + \boldsymbol{A_uQ}_{12}\boldsymbol{A_e^T} + \boldsymbol{A_eQ}_{22}\boldsymbol{A_e^T} & \boldsymbol{A_uQ}_{12} + \boldsymbol{A_eQ}_{22} & \boldsymbol{A_uQ}_{13} + \boldsymbol{A_eQ}_{23} \\ \boldsymbol{Q}_{21}\boldsymbol{A_u^T} + \boldsymbol{Q}_{22}\boldsymbol{A_e^T} & \boldsymbol{Q}_{22} & \boldsymbol{Q}_{23} \\ \boldsymbol{Q}_{31}\boldsymbol{A_u^T} + \boldsymbol{Q}_{32}\boldsymbol{A_e^T} & \boldsymbol{Q}_{32} & \boldsymbol{Q}_{33} \end{array}\right). \quad (26)$$

Pastaroji formulė rodo, kad pavienių išlygintųjų vektorių $\delta\tilde{\boldsymbol{F}}$, $\delta\tilde{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{e}}$, $\delta\tilde{\boldsymbol{N}}$ kovariacijų matricos yra lygios

$$\boldsymbol{K}_{\delta\tilde{\boldsymbol{F}}} = \boldsymbol{\sigma}_0^2\times$$
$$\left(\boldsymbol{A_uQ}_{11}\boldsymbol{A_u^T} + \boldsymbol{A_eQ}_{21}\boldsymbol{A_u^T} + \boldsymbol{A_uQ}_{12}\boldsymbol{A_e^T} + \boldsymbol{A_eQ}_{22}\boldsymbol{A_e^T}\right), \quad (27)$$

$$\boldsymbol{K}_{\delta\tilde{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{e}}} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{22} = \boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{e}}}, \quad (28)$$

$$\boldsymbol{K}_{\delta\tilde{\boldsymbol{N}}} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{33} = \boldsymbol{K}_{\tau_{\boldsymbol{N}}}. \quad (29)$$

Iš formulių (23) ir (24) matome, kad pagrindinių ir papildomų parametrų tikslumas yra mažesnis, palyginti su atveju, kai papildomos parametrinės lygtys nėra taikomos. Netaikant papildomų parametrinių lygčių, pagrindinių ir papildomų parametrų tikslumas yra įvertinamas kovariacijų matricomis: $\boldsymbol{K}'_{\tau_{\boldsymbol{u}}} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}'_{11}$ ir $\boldsymbol{K}'_{\tau_{\boldsymbol{e}}} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}'_{22}$. (23) ir (24) formulių antrosios komponentės rodo atitinkamų kovariacijų matricų elementų padidėjimą, didinant nustatomų parametrų skaičių. Taip yra todėl, kad tam tikra dalis matavimų informacijos panaudojama papildomiems parametrams apdoroti.

GPS vartotojas savo imtuvu išmatuotų dydžių pataisas skaičiuoja taikydamas prognozinį modelį, kuriame taiko virtualiosios referencinės stoties regresinio modelio parametrų reikšmes [1].

5. Išvados

1. GPS virtualiosios referencinės stoties regresiniam modeliui sudaryti siūloma taikyti kolokacinius signalinius parametrus. Kadangi signaliniai parametrai susiję koreliacinėmis priklausomybėmis su papildomais parametrais, gaunamas didesnis GPS vartotojo prognozinio modelio patikimumas.
2. Regresinio modelio parametrų skaičiaus didinimas daro tam tikrą neigiamą įtaką, nes mažėja nustatomų parametrų tikslumas. Taigi regresiniam modeliui sudaryti reikia taikyti optimalų parametrų skaičių.

Literatūra

1. SKEIVALAS, J. The regression model of virtual GPS reference station by application of collocation method. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, 2007, Vol XXXIII, No 1, p. 9–12 (in Lithuanian).
2. KOCH, K. R. *Einführung in die Bayes-Statistik*. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2000. 225 S.
3. WANNINGER, L. Virtuelle GPS-Referenzstationen für grossräumige kinematische Anwendungen. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 2003, No 3. Stuttgart: Verlag K. Witwer, S. 196–202.
4. HANKEMEIER, P. Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS in Deutschland. In *Multifunktionale GNSS-Referenzstationssysteme für Europa*. Workshop von 4–5. März 2002 in der Europäischen Akademie für städtische Umwelt. Berlin, 2002, S. 16–23.
5. SKEIVALAS, J. Determination of the refraction influence in precision leveling. *Optical Engineering*, 2005, Vol 44, No 1, 013603–1–013603–5.

Jonas SKEIVALAS. Prof, Doctor Habil.

Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph +370 5 274 4703, Fax +370 5 274 4705, e-mail: jonas.skeivalas@ap.vtu.lt.

Author of two monographs and more than 130 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.

Robertas DARGIS. Director, UAB „Eika“, A. Goštauto g. 40A, LT-01112 Vilnius, Lithuania.

Dipl. Eng. (1984). President of the Lithuanian association of real estate developers.

Research interests: engineering geodesy, adjustment of geodetic networks.