

INTEGRAL CONSTITUTIVE MODEL FOR DEFORMATIONAL ANALYSIS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

G. Kaklauskas

To cite this article: G. Kaklauskas (2001) INTEGRAL CONSTITUTIVE MODEL FOR DEFORMATIONAL ANALYSIS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS, *Statyba*, 7:1, 3-9, DOI: [10.1080/13921525.2001.10531691](https://doi.org/10.1080/13921525.2001.10531691)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/13921525.2001.10531691>



Published online: 30 Jul 2012.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 85

INTEGRALINIS FIZINIS MODELIS LENKIAMŪJŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ DEFORMACIJOMS SKAIČIUOTI

G. Kaklauskas

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

1. Įvadas

XX a. pirmojoje pusėje įvairiose šalyse atliktų eksperimentinių ir teorinių tyrimų rezultatas buvo racionali lenkiamųjų gelžbetoninių elementų stiprumo normaliniame pjūvyje teorija. Ši teorija leidžia projektuoti minimalaus skerspjūvio elementus. Pastaraisiais metais vis plačiau naudojant stiprųjį betoną ir armatūrą, konstrukcijų perdengiamos angos didėja, o skerspjūviai dar labiau mažėja. Todėl standumo sąlyga vis dažniau tampa lemiamu veiksniumi projektuojant konstrukcijas. Tiksliau standumą įvertinti būtina ne tik apskaičiuojant įlinkius, bet ir nustatant kai kurių konstrukcijų (pvz., liaunų kolonų) laikomąją galią.

Straipsnyje [1] pateikta empirinių ir skaitinių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, paveiktų trumpalaikė apkrova, deformatyvumo analizės metodų ir fizinių modelių apžvalga. Atlikta analizė leidžia padaryti tokias išvadas:

- Statybos inžinieriai gelžbetoninėms konstrukcijoms apskaičiuoti taiko projektavimo normų arba skaitinius metodus. Yra du svarbiausi projektavimo normų metodų trūkumai, būdingi visų šalių normoms: 1) juose gausu empirinių formulių ir koeficientų; 2) jie stokoja universalumo ir negali būti taikomi sudėtingiems konstrukcijų formos bei apkrovimo atvejams. Universalus baigtinių elementų metodo taikymą riboja tai, kad siūlomi fiziniai modeliai dažnai yra pernelyg supaprastinti ir nėra adekvatūs sudėtingam šio metodo matematiniam aparatui.

- Adekvatus supleišėjusio tempiamojo betono darbo įvertinimas yra bene svarbiausia ir sudėtingiausia problema, nustatant trumpalaikė apkrova paveiktų lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumą. Net ir supleišėjęs tempiamasis betonas dėl bendro darbo su armatūra gelžbetoninės konstrukcijos ruožuose tarp plyšių atlaiko nemažus tempimo įtempimus. Šio efekto (angl.

tension stiffening) įvertinimas atliekant skaičiavimus lemia žymų konstrukcijos standumo padidėjimą. Tiek empirinių normų, tiek skaitinių metodų tikslumas statistine prasme priklauso nuo to, kaip tiksliai įvertinamas šis efektas. Pasiūlyta nemaža empirinių metodų ir fizinių priklausomybių tempiamojo betono tarp plyšių darbui įvertinti. Paradoksalu, kad gelžbetoninių sijų įlinkiai empiriniais metodais apskaičiuojami tiksliau nei skaitiniais metodais, paremtais sudėtingu matematiniumi aparatu. Taip yra todėl, kad taikant empirinius metodus tempiamojo betono darbas tarp plyšių įvertintas, remiantis **lenkiamųjų gelžbetoninių elementų** eksperimentiniais tyrimais. Taikant skaitinius metodus supleišėjusio tempiamojo betono priklausomybės išvestos ne iš **lenkiamųjų**, o iš **centriškai tempiamų** (arba paveiktų grynąja šlytimi) gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų.

- Yra žinomas vienas supleišėjusio tempiamojo betono fizinis modelis [2], gautas iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, tačiau ir šiam modeliui išvesti buvo taikomos labai supaprastintos prielaidos.

Autorius sukūrė integralinį supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, apkrautų trumpalaikė apkrova, deformatyvumo fizinį modelį [3]. Integralinis modelis, skirtingai nuo daugelio kitų modelių, buvo išvestas ne iš tempiamų arba grynąja šlytimi paveiktų eksperimentinių bandinių, o iš lenkiamųjų gelžbetoninių sijų eksperimentinių duomenų. Modelis tinka taikant tiek analitinius, tiek skaitinius metodus.

Šiame straipsnyje supažindinama su integraliniu deformatyvumo modeliu. Pateikiamas jo apibūdinimas, prielaidos, sukūrimo metodas, fizinės priklausomybės. Integralinis fizinis modelis palygintas su kitais fiziniais modeliais bei empiriniais metodais, apskaičiuojant trumpalaikė apkrova išbandytų sijų įlinkius.

2. Integralinio fizinio modelio kūrimo kriterijai

Siekta sukurti paprastą ir tikslų fizinį modelį, tinkamą taikant tiek skaitinius, tiek empirinius metodus ir skirtą supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms apskaičiuoti. Remtasi tokiais paprastumo kriterijais: 1) minimalus empirinių koeficientų ir priklausomybių skaičius; 2) medžiagų atsparumo ir statybinės mechanikos formulių taikymas; 3) integruotas sudėtingų reiškinių vertinimas.

3. Prielaidos

Taikomos šios prielaidos, įvertinančios lenkiamųjų gelžbetoninių elementų darbą:

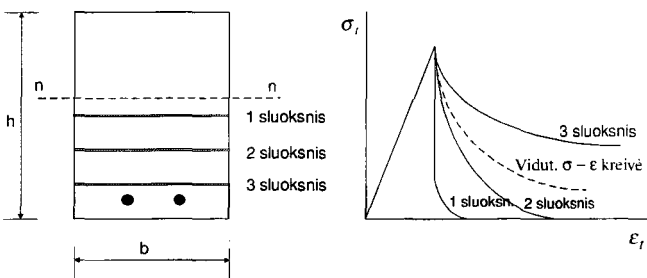
1. Medžiagų fiziniai modeliai pagrįsti vidutinių plyšių modelio koncepcija, kai neatsižvelgiama į diskrečius plyšius ir supleišėjusiuose ruožuose taikomi vidutiniai įtempiai bei vidutinės deformacijos.

2. Taikoma plokščiųjų pjūvių hipotezė, t. y. deformacijos skerspjūvio aukštyje kinta tiesiškai.

3. Armatūros ir betono sukibimas laikomas idealiu. Armatūros praslydimas betone, atsirandantis esant didesnėms apkrovoms, yra vertinamas tempiamojo betono fiziniu moduliui.

4. Laikoma, kad visiems supleišėjusio tempiamojo betono sluoksniams galioja ta pati įtempių-deformacijų diagrama. Analogiška prielaida taikoma visiems gniuždomojo betono sluoksniams.

Ši prielaida tempiamajam betonui yra ne tokia tiksli, nes, esant tam tikrai deformacijai, supleišėjusio betono vidutiniai įtempiai yra didesni sluoksniuose prie armatūros, nei sluoksniuose, nutolusiuose nuo armatūros (1 pav.).

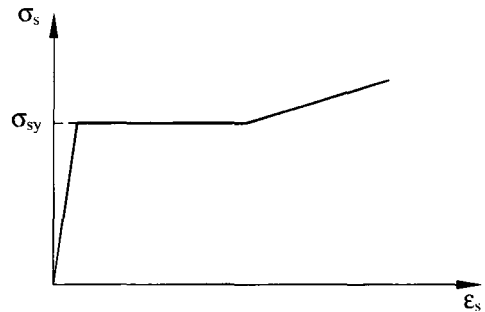


1 pav. Skirtingais atstumais nuo armatūros strypų nutolusių supleišėjusio tempiamojo betono sluoksnių vidutinės įtempių-deformacijų diagramos

Fig 1. Average stress-strain relationships for concrete in tension for different layers of a cross-section

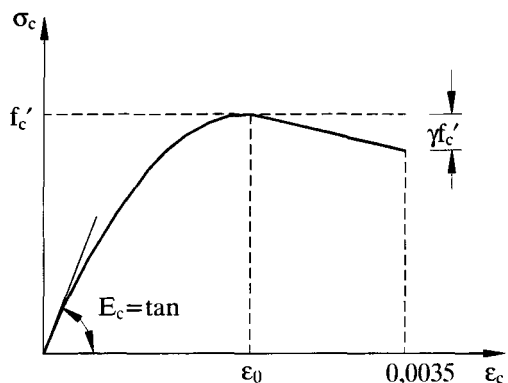
4. Integralinio fizinio modelio apibūdinimas

Supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumo integralinis fizinis modelis apima tradicinės armatūros (2 pav.) ir gniuždomojo betono įtempių-deformacijų diagramas (3 pav.) bei integralinę tempiamojo betono fizinę priklausomybę. Pastarąją priklausomybę, kurios išvedimas aptariamas vėlesniuose skirsniuose, įvertinami betono pleišėjimo, darbo tarp plyšių, armatūros praslydimo bei betono susitraukimo ir valkšnumo efektai.



2 pav. Armatūros įtempių-deformacijų diagrama

Fig 2. Stress-strain relationship for steel reinforcement



3 pav. Gniuždomojo betono įtempių-deformacijų diagrama

Fig 3. Stress-strain relationship for compressive concrete

Terminu „integralinis“ taip pat norėta pabrėžti, kad fizinis modelis skirtas ne įtempių-deformacijų būviui nustatyti tam tikrame elemento pjūvyje arba taške, o elemento ruožo (kurio ilgis lygus atstumui tarp gretimų plyšių), kaip atskirų pjūvių visumos, vidutinėms deformacijoms (ir įtempiams) apskaičiuoti.

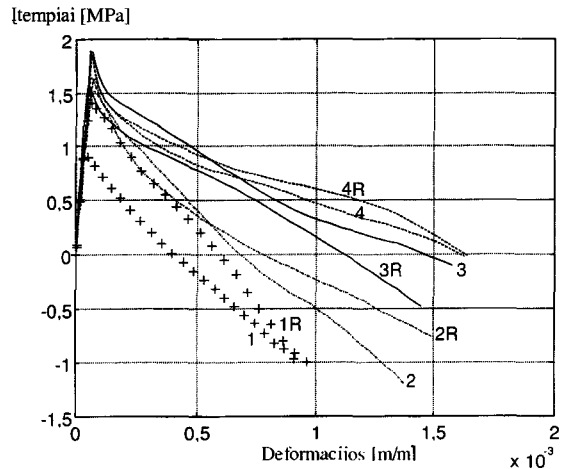
5. Integralinės tempiamojo betono priklausomybės išvedimo metodas

Autoriaus sukūrė naują skaičiavimo metodą [3–5] vidutinių betono įtempių-deformacijų diagramoms nustatyti, naudojantis lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentiniais duomenimis. Turint eksperimentines momentų-kreivių ir momentų-deformacijų diagramas, gaunama visa tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagrama, įskaitant ir jos krintančiąją dalį. Taip pat, net neturint duomenų apie betono savybes, pakankamai tiksliai galima nustatyti ir gniuždomojo betono diagramą. Skaičiavimas pagrįstas nauja idėja – tempiamojo ir gniuždomojo betono įtempių-deformacijų diagramos skaičiuojamos kraštiniais lenkiamojo elemento sluoksniais. Žinant eksperimentines kraštinių sluoksnių deformacijas, kiekvienai apkrovos pakopai nustatomi tų sluoksnių įtempių prieaugiai. Kiekvienoje apkrovos pakopoje gautos diagramos taikomos kitiems mažiau deformuotiems sluoksniais. Remiantis šiuo metodu, pasiūlytos dvi inžinerinės skaičiavimo metodikos [6]. Pirmąją metodiką, turint vieną eksperimentinę momentų-vidutinių deformacijų (kreivių) diagramą, nustatoma tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų kreivė. Šiuo atveju laikoma, kad gniuždomojo betono įtempių-deformacijų kreivė yra žinoma. Antrąją metodiką, turint dvi eksperimentines momentų-vidutinių deformacijų (kreivių) diagramas, iteraciniu būdu nustatomos tiek tempiamojo, tiek gniuždomojo betono vidutinių įtempių-deformacijų kreivės. Šiuo atveju laikoma, kad gniuždomojo betono diagrama yra žinomos parabolės formos, o ją apibrėžiantys dydžiai – betono tamprumo modulis ir prizminis (arba cilindrinis) stiprumas yra apskaičiuojami.

6. Integralinė tempiamojo betono priklausomybė

Taikant aprašytąjį metodą, pirmą kartą įvairių autorių eksperimentinėms sijoms buvo nustatytos tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagramos, įskaitant ir jų krintančiąją dalį [3, 5]. Tokių diagramų, nustatytų aštuonioms sijoms iš jų eksperimentinių momentų-kreivių priklausomybių [7], pavyzdys pateiktas 4 pav. Šių kreivių krintančioji dalis charakterizuoja supleišėjusio tempiamojo betono darbą.

Atlikta svarbiausių parametrų (armavimo procento, strypų paviršiaus ir skersmens, skerspjūvio aukščio, betono susitraukimo deformacijų ir kt.), turinčių įtakos tokių diagramų formai, analizė. Nors kreivių forma skir-



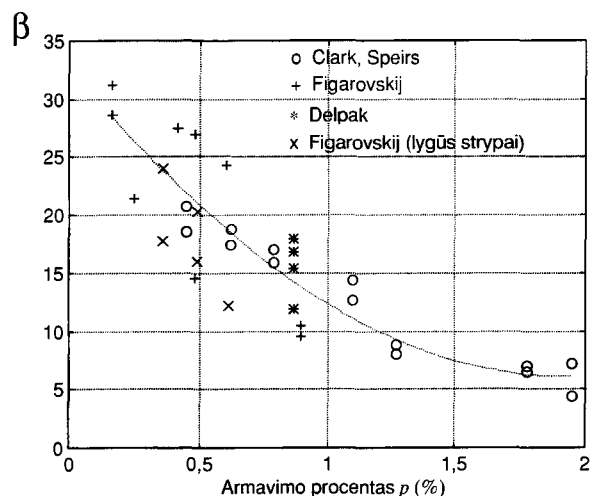
4 pav. Tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagramos, apskaičiuotos iš eksperimentinių gelžbetoninių sijų [7] momentų-kreivių diagramų

Fig 4. Tensile concrete stress-strain relationships from beam tests [7]

tingoms sijoms yra panaši, labiausiai jos skiriasi krintančiosios dalies ilgiu. Kreivės krintančiosios dalies ilgis charakterizuojamas ribine deformacija $\epsilon_{t,0}$, kuri atitinka įtempius, lygius nuliui. Pirmą kartą [3] lenkiamiesiems elementams gauta kiekybinė šios deformacijos, išreikštos santykiniu dydžiu $\beta = \epsilon_{t,0} / \epsilon_{cr}$ (kur ϵ_{cr} – betono supleišėjimo deformacija), priklausomybė nuo armavimo procento p yra pateikta 5 pav. Pasiūlyta tokia empirinė β priklausomybė nuo armavimo procento p :

$$\beta = 32,8 - 27,6p + 7,12p^2, \quad (1)$$

$$(\beta = 5, \text{ kai } p \geq 2\%).$$



5 pav. Koefficiento β priklausomybė nuo armavimo procento p (%)

Fig 5. Relationship between reinforcement ratio p (%) and parameter β

Ši išraiška nustatyta sijoms, tempiamojoje zonoje armuotoms rumbuotais strypais. Sijoms su lygia armatūra gautos vidutiniškai 20% mažesnės koeficiento β reikšmės.

Apdorojus įvairių autorių eksperimentiškai gautas tempiamojo betono įtempių-deformacijų diagramas [3], buvo pasiūlyta nauja supleišėjusio tempiamojo betono įtempių-deformacijų priklausomybė (6 pav.) lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumui apskaičiuoti. Kaip minėta, priklausomybė pavadinta „integraline“, nes ji akumuliuoja tempiamojo betono pleišėjimo ir darbo tarp plyšių, armatūros praslydimo, betono susitraukimo bei jį lydinčio valkšnumo efektus. Jos krintančioji dalis (6 pav.) aprašoma tokia formule:

$$\sigma_t = 0,625\sigma_{cr} \left(1 - \frac{\overline{\varepsilon}_t}{\beta} - \frac{1 + 0,6\beta}{\beta \overline{\varepsilon}_t} \right), \quad (2)$$

kur

$$\overline{\varepsilon}_t = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cr}}, \quad \varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E_c}.$$

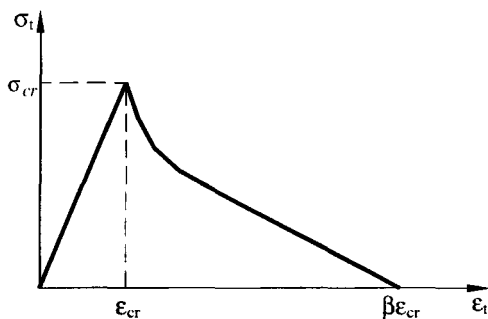
σ_{cr} – betono stipris temptant; ε_{cr} – tempiamojo betono pleišėjimo deformacija.

Koeficientas β yra apskaičiuojamas iš (1) priklausomybės. Neturint eksperimentais nustatytų tempiamojo betono stiprio σ_{cr} bei betono tamprumo modulio E_c , jie gali būti apskaičiuoti pagal tokias empirines formules:

$$\sigma_{cr} = 0,233\sqrt{R_{15}^2} \text{ [MPa]}, \quad (3)$$

$$E_c = \frac{5,5R_{15}}{27 + R_{15}} \times 10^4 \text{ [MPa]}, \quad (4)$$

kur R_{15} – 150 mm betono kubelių stipris gniuždant.



6 pav. Integralinė supleišėjusio tempiamojo betono fizinė priklausomybė lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumui apskaičiuoti

Fig 6. Integral constitutive relationship for tensile concrete in flexure

7. Lyginamieji sijų įlinkių skaičiavimai, taikant integralinį modelį ir kitus fizinius modelius bei metodus

Buvo atlikti lyginamieji sijų įlinkių skaičiavimai, taikant integralinį modelį ir kitus fizinius modelius bei metodus.

Atlikti lyginamieji statistiniai gelžbetoninių elementų deformatyvumo (įlinkių) vertinimo rezultatai, taikant integralinį fizinį modelį. Tuo tikslu buvo surinkti šešių tyrinėtojų trumpalaikė apkrova išbandytų gelžbetoninių sijų (iš viso 102) duomenys. Sijos buvo laisvai atremtos ir apkrautos dviem simetrinėmis koncentruotomis jėgomis. Dauguma sijų buvo stačiakampio skerspjūvio, tačiau dalis jų buvo tėjinio skerspjūvio su lentyna apačioje.

Sijų įlinkiai buvo apskaičiuoti sluoksnių metodu, taikant medžiagų atsparumo formules, ir palyginti su rezultatais, gautais kitiems fiziniams modeliams bei empiriniams normų metodams.

Eksperimentinių sijų įlinkiai buvo apskaičiuoti šiais normų metodais:

- 1) JAV normų (ACI),
- 2) euronormų (EC2),
- 3) Lietuvoje galiojančių normų (SNiP).

Be normų metodų, įlinkiai dar buvo apskaičiuoti sluoksnių metodu, taikant labiausiai žinomas šių autorių supleišėjusio tempiamojo betono įtempių-deformacijų priklausomybes:

- 4) Vecchio ir Collins [8],
- 5) Hsu [9],
- 6) Prakhya ir Morley [2].

Sijų vidurinio taško įlinkiai buvo apskaičiuoti penkiems apkrovos lygiams, t. y. 0,4, 0,55, 0,6, 0,7 ir 0,8 M_u , kur M_u – teorinė sijos laikomoji galia. Vertinant skaičiavimo metodų bei fizinių modelių tikslumą, buvo nustatyti statistiniai rodikliai – vidurkis bei vidutinis kvadratinis nuokrypis. Šie statistiniai rodikliai apskaičiuoti santykinų įlinkių f_{th}/f_{exp} (kur f_{th} – apskaičiuotas, o f_{exp} – eksperimentinis įlinkis) reikšmėms.

Apskaičiavus įlinkius atskirai kiekvieno autoriaus eksperimento duomenims, buvo pastebėti žymūs tikslumo (vidutinio kvadratinio nuokrypio) skirtumai stipriai ir silpnai armuotoms sijoms. Todėl tolesnis tyrimas buvo atliktas atskirai silpnai armuotoms ($p \leq 0,7\%$) bei vidutiniškai ir stipriai armuotoms ($p > 0,7\%$) sijoms.

Skaičiavimo rezultatai parodė, kad tiek normų metodai, tiek sluoksnių metodas pakankamai tiksliai

įvertina vidutiniškai ir stipriai armuotų sijų ($p > 0,7\%$) įlinkius (vidutinis kvadratinis nuokrypis – 8,8–10,3%). Tačiau silpnai armuotoms sijoms ($p < 0,7\%$), kurių įlinkiams supleišėjusio tempiamojo betono darbas turi didelę įtaką, gauta daug didesnė paklaida. Šių sijų įlinkiai tiksliausiai buvo apskaičiuoti sluoksnių metodu, taikant integralinę tempiamojo betono fizinę priklausomybę (vidutinis kvadratinis nuokrypis – 14,0%). Gana tiksliai sijų įlinkiai buvo apskaičiuoti ir SNIp bei JAV normų metodais (vidutinis kvadratinis nuokrypis – atitinkamai 20,1 ir 22,0%). Sluoksnių metodui, taikant Vecchio ir Collins tempiamojo betono priklausomybę, gautas 21,6% vidutinis kvadratinis nuokrypis bei didoka sisteminė paklaida (13,5%). Likusiems trimis metodams ir fiziniams modeliams gautos didokos paklaidos (EC metodui 37,2%, o Hsu bei Prakhya ir Morley fizinėms priklausomybėms atitinkamai – 39,8 bei 44,6%). Didelės paklaidos gautos EC2 metodu apskaičiuojant įlinkius, kuriuos atitinkantys momentai nedaug viršija betono supleišėjimo momentą. Bendrai įvertinant visas sijas (nepriklausomai nuo armavimo koeficiento) geriausi rezultatai gauti, taikant integralinę Vecchio ir Collins fizines priklausomybes bei SNIp ir JAV normų metodus (vidutinis kvadratinis nuokrypis atitinkamai – 10,7, 13,0, 13,2 ir 14,2%).

8. Rezultatai ir išvados

1. Sukurtas naujas integralinis lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumo fizinis modelis, apimantis tradicines armatūros ir gniuždomojo betono įtempių-deformacijų diagramas bei tempiamojo betono fizinę priklausomybę, kuria įvertinami betono pleišėjimo, darbo tarp plyšių, armatūros praslydimo bei betono susitraukimo efektai.

2. Sukurtas metodas, kuriuo tempiamojo ir gniuždomojo betono vidutinių įtempių-deformacijų kreivės apskaičiuojamos, taikant dvi lenkiamojo gelžbetoninio elemento eksperimentines momentų-deformacijų (kreivių) diagramas. Metodas pagrįstas originalia idėja – tempiamojo ir gniuždomojo betono įtempių-deformacijų kreivės nustatomos kraštiniais elemento sluoksniams, o gautosios įtempių-deformacijų diagramos taikomos kitiems (mažiau deformuotiems) sluoksniams.

3. Pasiūlytas praktinis supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų kreivės (įskaitant ir

jos krintančiosios dalies) nustatymo metodas, taikant vieną eksperimentinę momentų-kreivių arba momentų-deformacijų diagramą.

4. Taikant sukurtojo metodą, originaliu būdu gautos supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagramos, apskaičiuotos iš gelžbetoninių sijų eksperimentinių duomenų. Šių diagramų krintančiosios dalies ilgis, o kartu ir tempiamojo betono tarp plyšių darbo efektyvumas bei bendras sijos standumas didėja, mažėjant armavimo koeficientui, tempiamosios armatūros strypų skersmeniui ir skerspjūvio aukščiui. Pirmą kartą kiekybiškai įvertinta lenkiamųjų gelžbetoninių elementų supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagramos krintančiosios dalies ilgio priklausomybė nuo armavimo koeficiento.

5. Remiantis gautomis diagramomis, pasiūlyta nauja supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų priklausomybė, pavadinta integraline fizine priklausomybe lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumo analizei.

6. Įvairių autorių išbandytų lenkiamųjų gelžbetoninių sijų įlinkiai palyginti su apskaičiuotaisiais, taikant pasiūlytąją integralinę ir kitas tempiamojo betono fizines priklausomybes bei projektavimo normų metodus. Nustatyta, kad visais metodais pakankamai tiksliai apskaičiuojami vidutiniškai ir stipriai armuotų sijų ($p > 0,7\%$) įlinkiai (gautas nuo 8,8% iki 10,3% vidutinis kvadratinis nuokrypis). Tuo tarpu silpnai armuotoms sijoms ($p < 0,7\%$), kurių įlinkiams didelę įtaką turi supleišėjusio tempiamojo betono darbas, gauta žymiai didesnė paklaida. Tokių sijų įlinkiai tiksliausiai apskaičiuoti, taikant pasiūlytąją integralinę fizinę modelį (vidutinis kvadratinis nuokrypis – 14,0%). Pakankamas tikslumas gautas, įlinkius apskaičiuojant ir Lietuvoje galiojančių normų (SNIp) bei JAV normų metodais (vidutinis kvadratinis nuokrypis – atitinkamai 20,1% ir 22,0%). Taikant žinomas tempiamojo betono fizines priklausomybes bei euronormų metodą, gautos nemažos paklaidos. Euronormų metodas ypač netiksliai įvertina įlinkius, veikiant lenkimo momentams, kurie nežymiai viršija plyšių susidarymo momentą. Visoms sijoms nepriklausomai nuo armavimo koeficiento geriausias sutapimas gautas, taikant pasiūlytąją integralinę, Vecchio ir Collins tempiamojo betono fizines priklausomybes bei SNIp ir JAV normų metodus (vidutinis kvadratinis nuokrypis – atitinkamai 10,7, 13,0, 13,2 ir 14,2%).

7. Integralinio fizinio modelio racionalus paprastumo ir tikslumo derinys leido jį panaudoti tiek baigtinių elementų programose, tiek nesudėtingoje inžinerinėje lenkiamųjų elementų deformatyvumo apskaičiavimo metodikoje, kurioje taikomos klasikinės medžiagų atsparumo formulės, sluoksnių metodas bei visos medžiagų diagramos.

8. Tobulinant integralinį fizinį modelį, turėtų būti sprendžiami šie svarbiausi uždaviniai: a) įvertinti arba patikslinti betono stiprio, armavimo koeficiento, tempiamosios armatūros strypų skersmens ir paviršiaus, skerspūvio aukščio ir formos bei kt. veiksnių įtaką tikslesniam tempiamojo betono tarp plyšių darbo įvertinimui; b) įvertinti ilgalaikės betono valkšnumo ir susitraukimo deformacijas; c) modelį pritaikyti bendram išorės momento, išilginių ir skersinių jėgų poveikių atvejui.

Literatūra

1. G. Kaklauskas. Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumo vertinimo metodai ir fiziniai modeliai // *Statyba*, VI t., Nr. 5. Vilnius: Technika, 2000, p. 329–338.
2. G. K. V. Prakhya, C. T. Morley. Tension Stiffening and Moment-Curvature Relations for Reinforced Concrete Elements // *ACI Journal*, 87(5), 1990, p. 597–605.
3. G. Kaklauskas. Integral Constitutive Model for Deformational Analysis of Reinforced Concrete Members. Habilitation doctor (Dr. Sc) thesis / Vilnius Gediminas Technical University. Vilnius, 2000. 108 p.
4. G. Kaklauskas. A Method for Determination of Stress-Strain Relations for Concrete from Experimental Data of RC Bending Members // *Statyba*, Nr. 2 (10). Vilnius: Technika, 1997, p. 60–68.
5. G. Kaklauskas. A Technique for Investigation of Tension Stiffening Effect of Flexural RC Members // *Proceedings, 10th Nordic Seminar on Computational Mechanics, Tallinn, Estonia, October 24-25, Tallinn, 1997*, p. 228–231.
6. G. Kaklauskas. Practical Techniques for Determining Average Stress-Strain Relationships for Concrete from Experimental Data of RC Bending Members // *Statyba*, IV t., Nr. 1. Vilnius: Technika, 1998, p. 20–28.
7. A. Clark, D. M. Speirs. Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load. Technical Report No 42.521, Cement and Concrete Association, London, 1978. 20 p.
8. F. J. Vecchio, M. P. Collins. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear // *J. Amer. Concrete Inst.*, 83(2), 1986, p. 219–231.
9. T. T. C Hsu. *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Inc., 1993. 336 p.

Įteikta 2000 11 05

INTEGRAL CONSTITUTIVE MODEL FOR DEFORMATIONAL ANALYSIS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

G. Kaklauskas

Summary

A new integral constitutive model has been developed for short-term deformational analysis of flexural reinforced concrete members. The integral constitutive model consists of traditional constitutive relationships for reinforcement and compressive concrete and the integral constitutive relationship for cracked tensile concrete which accumulates cracking, tension stiffening, reinforcement slippage and shrinkage effects.

A new method has been developed for determining average stress-strain relations for cracked tensile concrete from flexural tests of reinforced concrete members. For given experimental moment-curvature or moment-average strain curves, the material stress-strain relations (including the descending branch) are computed from the equilibrium equations for incrementally increasing moment assuming portions of the relations obtained from the previous increments.

Using the method proposed, a number of average stress-strain relations for concrete in tension has been derived from beam tests reported by different authors. Analysis of the relations has shown that their shape mostly depend on the reinforcement ratio as well as diameter and surface of reinforcement bars. The length of the descending branch of the relations reflecting the tension stiffening effect was far more pronounced for lightly reinforced beams with deformed bars of small diameters. For the first time, a quantitative dependence (1) has been established for flexural members between the length of the descending branch and the reinforcement ratio.

On a basis of the derived relations, a new stress-strain relationship, called the integral constitutive relationship (2) for cracked tensile concrete in flexure, has been proposed.

Accuracy of the proposed integral constitutive model has been investigated by calculating deflections for a large number of experimental reinforced concrete beams (reported by several investigators) for a wide range of values of parameters such as the specimen dimensions, concrete strength, reinforcement ratio, reinforcement bar diameter and surface characteristics. Comparison has been carried out with the predictions made for well-known constitutive relationships of tensile concrete and design code methods. For beams with average and high reinforcement ratios ($p > 0.7\%$), accurate predictions have been made by all the methods yielding standard deviations for relative deflections from 8.8 to 10.3%. However, predictions for lightly reinforced beams ($p \leq 0.7\%$) were far less accurate. These inaccuracies are related to the increased influence of the tensile concrete which characterised

by is a highly dispersed value. For lightly reinforced beams, the most accurate predictions in terms of standard deviation (14.0%) have been achieved using the proposed integral constitutive model. Relatively accurate predictions were also made by the SNIIP (former Soviet code) and the ACI methods yielding standard deviations of 20.1 and 22.0% respectively. The EC2 (Eurocode) method underestimates the cracking moment and often overestimates significantly the corresponding deflection, in some cases yielding an error of over 100%. Surprisingly, predictions made by the design code methods were superior than those based on the use of well-known constitutive relationships for cracked tensile concrete.

An efficient combination of accuracy and simplicity has been achieved for the integral constitutive model. This allowed to incorporate the model into a simple engineering technique for deformational analysis of flexural reinforced concrete members based on classical principles of strength of materials extended to layered approach and use of full material diagrams.

In the given form, the integral constitutive model can be readily used not only in the simple engineering technique, but also in the finite element analysis.

These main directions are envisaged in further development of the integral constitutive model for deformational analysis of reinforced concrete structures: a) based on new

experimental data, further quantitative investigation of the influence of such parameters as strength of tensile concrete, reinforcement ratio, diameter and surface of bars, section height, shape of the cross-section, etc on tension stiffening and possible inclusion of these parameters into both functional and neural network constitutive models; b) assessment of long-term deformations due to creep and shrinkage; c) application of the model for cases of a combined action of a bending moment and axial and shear forces.

.....
Gintaris KAKLAUSKAS. Dr Habil, Professor. Dept of Reinforced Concrete Structures. Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: gintaris.kaklauskas@st.vtu.lt

Graduate of Vilnius Civil Engineering Institute (presently Vilnius Gediminas Technical University, VGTU), 1982 (civil engineer). PhD (1990), Dr Habil (2000). Research visits: Aalborg University (Denmark, 1991), University of Glamorgan (UK, 1994/1995, 1998), University of Illinois, Urbana-Champaign (USA, 1996). Author and co-author of 2 monographs, 1 invention and a number of papers. Research interests: development of constitutive relationships for concrete and numerical simulation of reinforced concrete structures.